

Formazione MPI-AID
Referenti per la dislessia

Abilità di calcolo e discalculia

Scuola secondaria



lorenzo caligaris - aid milano

Difficoltà di calcolo o Disturbo del calcolo?

- ❑ Segnalazioni scolastiche: **20%** degli alunni
- ❑ Comorbilità con altri disturbi: **2.5%** degli alunni (IARLD – International Academy for Research in Learning Disabilities)
- ❑ Bambini discalculici: **0.5%** della popolazione scolastica
- ❑ *Il 90% delle segnalazioni scolastiche è costituito da "falsi positivi"*

DSA, abilità strumentali, automatismi

Disturbi Specifici dell'Apprendimento
Dislessia – Disortografia – Disgrafia – Discalculia



Abilità strumentali

Lettura – Scrittura – Calcolo



Automatismi

Fluidità – Ortografia – Grafia – Fatti aritmetici

lorenzo caligaris - aid milano

Abilità e automatizzazione

□ il termine **Abilità**

- esprime la capacità di eseguire una sequenza di azioni in modo rapido e corretto

□ il termine **Automatizzazione**

- esprime la stabilizzazione di un processo automatico caratterizzato da un adeguato livello di velocità e accuratezza
- tale processo è realizzato in modo inconsapevole **richiede un minimo impegno attentivo**, è difficile da ignorare, sopprimere, influenzare

lorenzo caligaris - aid milano

(G. Stella, 2001)

Profili di discalculia evolutiva

Debolezza nella strutturazione cognitiva delle componenti di cognizione numerica:

- Subitizing
- Meccanismi di quantificazione, seriazione, comparazione
- Strategie di calcolo a mente

(Butterworth, 1999)

Compromissioni a livello procedurale e di calcolo:

- Lettura e scrittura dei numeri
- Incolonnamento
- Algoritmi del calcolo scritto
- Recupero dei fatti aritmetici

(Temple, 1991)

lorenzo caligaris - aid milano

Meccanismi di apprendimento

Sistema dei numeri

compiti sottesi alla capacità di capire le quantità e le loro trasformazioni:

- ***Comprendere*** il significato dei numeri
- ***Conoscere*** il lessico dei numeri
- ***Leggere e scrivere*** i numeri

Sistema del calcolo

compiti sottesi alla capacità di operare sui numeri attraverso operazioni aritmetiche:

- Utilizzare ***strategie*** di calcolo
- Conoscere le ***routine procedurali*** del calcolo
- Possedere ***automatismi*** di calcolo

lorenzo caligaris - aid milano

Comprensione del numero (meccanismi semantici)

- Codificare semanticamente un numero equivale a rappresentare mentalmente la quantità che esso rappresenta e quindi a identificarne la posizione che esso assume all'interno della linea dei numeri.

- Si tratta di una rappresentazione concettuale che corrisponde al "significato" di un numero

lorenzo caligaris - aid milano

(Biancardi, Mariani, Pieretti - 2003)

Comprensione del numero (meccanismi semantici)

- La numerosità è una proprietà degli insiemi che permette:
 - sia **di discriminarli** (A è diverso da B perché la sua numerosità è diversa)
 - sia **di ordinarli** (A < B perché ha una numerosità minore di B).

- I bambini non solo nascono con la capacità di riconoscere numerosità distinte fino a un massimo di circa 4, ma distinguono i cambiamenti di numerosità provocati dall'aggiunta/sottrazione di oggetti, ossia possiedono "aspettative aritmetiche"

lorenzo caligaris - aid milano

(B, Butterworth 1999)

Comprensione del numero (meccanismi semantici)

- Comparazione
- Seriazione
- Stima

lorenzo caligaris - aid milano

Ragionamento aritmetico: *la stima*

- L'abilità di fare stime influenza molte aree dell'abilità matematica. Rispetto agli studenti non esperti, gli studenti abili nelle stime:
 - utilizzano con maggiore frequenza strategie di composizione-scomposizione
 - ottengono risultati migliori nelle operazioni con numeri grandi
 - sono più accurati nei calcoli
 - sono maggiormente strategici nella pianificazione dei problemi

lorenzo caligaris - aid milano

CALCOLO APPROSSIMATIVOCLASSE 3^a
MEDIA

In questa prova avrai poco tempo a disposizione, solo due minuti. Quindi non potrai certamente svolgere i calcoli. Scegli e sbarra quello che a tuo parere è il risultato corretto senza svolgere l'operazione.

ESEMPIO

$650 \times 5 =$	a) 950	b) 3'250	c) 2'450
I) $955 - 367 =$	a) 588	b) 980	c) 478
II) $538 \times 8 =$	a) 4'304	b) 2'450	c) 3'234
III) $324 + 659 =$	a) 715	b) 1'853	c) 983
IV) $864 : 6 =$	a) 201	b) 144	c) 45
V) $294 + 458 =$	a) 752	b) 940	c) 562
VI) $875 : 5 =$	a) 230	b) 50	c) 175
VII) $1'590 - 715 =$	a) 200	b) 875	c) 1'675
VIII) $420 \times 6 =$	a) 2'520	b) 12'240	c) 640
IX) $792 : 4 =$	a) 389	b) 198	c) 118
X) $149 \times 9 =$	a) 951	b) 1'341	c) 2'100
XI) $913 + 267 =$	a) 1'300	b) 980	c) 1'180
XII) $782 - 235 =$	a) 547	b) 1'017	c) 320
XIII) $894 : 6 =$	a) 89	b) 498	c) 149
XIV) $2'596 - 1'510 =$	a) 1'086	b) 1'236	c) 855
XV) $505 \times 4 =$	a) 1'420	b) 609	c) 2'020
XVI) $876 + 445 =$	a) 1'321	b) 910	c) 1'131

NON GIRARE LA PAGINA FINO A CHE NON TI VERRÀ DETTO!

© 2003, Cornoldi e Cazzola, AC-MT 11-14, Trento, Erickson

Ragionamento aritmetico: *stima*

Produzione del numero (meccanismi sintattici e lessicali)

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 5100 | <input type="checkbox"/> Cinquecento |
| <input type="checkbox"/> 1001 | <input type="checkbox"/> Centouno |
| <input type="checkbox"/> 907 | <input type="checkbox"/> Novantasette |

Produzione del numero (*meccanismi sintattici*)

Produzione del numero (*meccanismi lessicali*)

I meccanismi sintattici regolano la relazione posizionale tra le cifre.

Costituiscono la grammatica interna del numero che attiva il corretto ordine di grandezza di ogni cifra

Nella codifica verbale di un numero ogni cifra assume un "nome" diverso a seconda della posizione che occupa.

Nei sistemi di comprensione e/o produzione dei numeri, i meccanismi lessicali hanno il compito di selezionare adeguatamente i nomi delle cifre per riconoscere quello del numero intero

lorenzo caligaris - aid milano

Abilità numeriche e di calcolo

$$\{4+(3 \cdot 7-6 \cdot 3)^2+[9-(12:4+2)+3]\}-7 \cdot 1+7 \cdot 0=$$

- Leggere e scrivere i numeri
 - *meccanismi sintattici e lessicali*
- Applicare routine procedurali
 - *elaborazione delle informazioni aritmetiche*
 - *serialità dell'algoritmo di soluzione*
- Utilizzare automatismi di calcolo
 - *recuperare i fatti aritmetici*
- Utilizzare strategie di calcolo
- Algoritmi di calcolo

lorenzo caligaris - aid milano

Sistema di calcolo

- Conoscere le *routine procedurali* delle operazioni scritte
- Utilizzare *strategie* di calcolo mentale
- Possedere *automatismi* di calcolo

lorenzo caligaris - aid milano

Modelli di calcolo (problema $m+n$) (Groen, Parkman; 1972)

- Modello del conteggio totale

$$2 + 5 = 7$$

1, 2; 1, 2, 3, 4, 5; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

- Modello del conteggio a partire da un punto (*sum*)

$$2 + 5 = 7$$

(2) 3, 4, 5, 6, 7

- Modello del minimo (*counting on*)

$$2 + 5 = 7$$

(5) 6, 7

lorenzo caligaris - aid milano

Procedure, strategie, automatismi

Calcolo

Il risultato dell'operazione richiesta

è ottenuto attraverso l'utilizzo di procedure o strategie

Recupero

Il risultato dell'operazione richiesta

è recuperato dalla memoria

Calcolo scritto, calcolo a mente

Recupero di fatti aritmetici

lorenzo caligaris - aid milano

Calcolo a mente

“Il calcolo scritto è un paragrafo del calcolo mentale, e non il contrario.

Il calcolo scritto è un ripiego, una protesi costituita da carta e inchiostro per situazioni in cui la mente è in difficoltà per i suoi limiti di rappresentazione”.

“Il calcolo mentale è il superamento del conteggio”

□ (31-19) – calcolo a mente

“Faccio 3-1, che fa 2, dopo tolgo 1, allora ... aspetta, aspetta ... fa 20 penso, dipende, cioè o prendo il primo numero o il secondo o se no nella sottrazione parto da un numero e vado avanti” (7)

(Maria, 3° anno Ist. Operatori Sociali)

□ (31-19) – calcolo a mente

“Io in mente li metto in colonna: 1-9 che non si può fare, poi si prende l'1 dall'altro numero che diventa 12, poi prendo un numero dall'altro numero e faccio la sottrazione, cioè, vedi, è un po' complicato”

(Chiara, 1° anno Ist. Psicopedagogico)

lorenzo caligaris - aid milano

□ (11x8) – automatismo

“la tabellina dell'11 non l'ho mai fatta. Non ne ho la più pallida idea!”

(Salvatore, 3° media)

□ (7x8) – automatismo

“7x8=84. Sai perché lo so? Perché l'ho studiata ieri sera con mio fratello”

(Giorgio, 1° media)

lorenzo caligaris - aid milano

□ (9x3) - automatismo

(dopo una lunga pausa):

"Quanto fa? Fa 20 e? Fa 20 e qualcosa. Si può dire 20 e qualcosa?"

(Daniela, 1° media)

□ (425-137) - calcolo scritto

"Guarda, qui c'è un errore, è stampato male! Vedi? 5-7 e 2-3 non si può fare, ma io l'ho capito e ci sono riuscito lo stesso" (312)

(Andrea, 5° elementare)

lorenzo caligaris - aid milano

1431 - 126

1	4	2	1	-
	1	2	6	=
1	3	0	6	

178 - 96

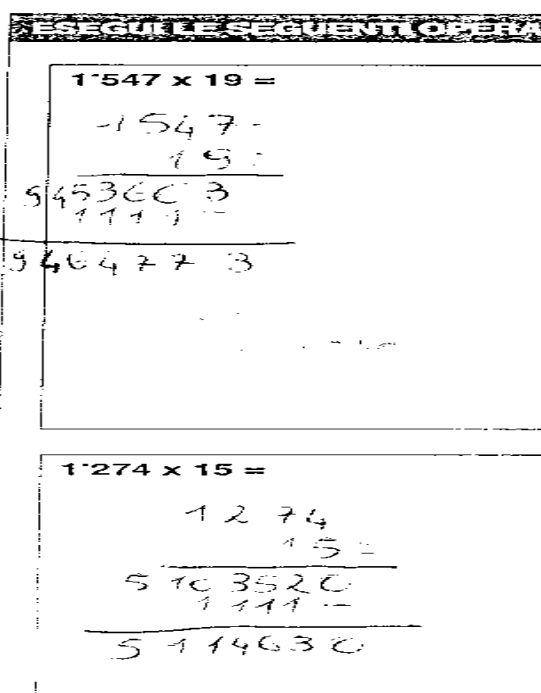
0	7	8	-
	9	6	=
0	8	3	

Errori del sistema del calcolo

157 x 9

	6	6		
	1	5	7	x
			9	=
	1	5	0	3

❑ Errori del sistema del calcolo (inizio seconda media)



lorenzo caligaris - aid milano

Errori del sistema del calcolo (inizio seconda media)

$1547 \times$	$1274 \times$
$19 =$	$15 =$
<hr/>	<hr/>
9453663	5103520
1111-	1111-
<hr/>	<hr/>
9464773	5114630

lorenzo caligaris - aid milano

DSA e scuola

- Il controllo delle abilità strumentali (lettura, ortografia, calcolo) deve essere effettuato tenendo in considerazione le caratteristiche di **funzionamento degli automatismi**: rapidità e correttezza

lorenzo caligaris - aid milano

DSA e scuola

- Conoscere i **meccanismi di apprendimento** vuole dire conoscere quali abilità lo studente deve attivare per eseguire il compito che gli è stato assegnato

lorenzo caligaris - aid milano

DSA e scuola

- Possedere strumenti di conoscenza sul funzionamento delle abilità di base e sugli automatismi aiuta l'insegnante nell'**individuazione precoce** di difficoltà riferibili ai disturbi specifici dell'apprendimento

lorenzo caligaris - aid milano

Cosa deve fare la scuola?

L'intervento della scuola
deve mirare a
realizzare le condizioni
per consentire all'allievo con dislessia
di accedere ai significati del testo
e raggiungere gli obiettivi di apprendimento
nel modo in cui le sue
personali potenzialità cognitive
glielo consentono

lorenzo caligaris - aid milano

Cosa deve fare la scuola?

La ricerca del miglioramento della padronanza delle abilità strumentali deve essere condotta nei limiti di ciò che è modificabile attraverso l'insegnamento e l'apprendimento

lorenzo caligaris - aid milano

Cosa deve fare la scuola?

Ciò che non è modificabile, va "aggirato" con l'adozione di strumenti e misure di tipo compensativo e dispensativo

L'intervento deve "mettere a fuoco" le potenzialità, non le difficoltà

lorenzo caligaris - aid milano

Strumenti di valutazione

- ACMT 11-14 – aree indagate e compiti
- parte collettiva
 - Calcolo scritto (*routine procedurali*)
 - Comprensione e produzione (*meccanismi semantici, sintattici e lessicali*)
 - Ragionamento aritmetico (*stima, automatizzazione procedurale*)
 - Problem solving
- parte individuale
 - Calcolo scritto (*routine procedurali*)
 - Calcolo a mente (*strategie di calcolo*)
 - Dettato di numeri (*meccanismi sintattici e lessicali*)
 - Recupero di fatti aritmetici (*automatismi*)

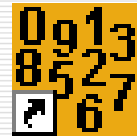
lorenzo caligaris - aid milano



Il Generatore di Numeri.LNK

- Il programma informatico "Il generatore di numeri" è uno strumento utile per la realizzazione di attività mirate al potenziamento delle abilità relative al sistema dei numeri.
- *E' un training sulle abilità di transcodifica numerica*
- Il CD costituisce una "matrice" per costruire esercizi specifici e personalizzati, da stampare ed eseguire con supporto carta e matita

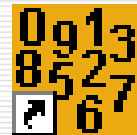
lorenzo caligaris - aid milano



Il Generatore di Numeri.LNK

- L'intervento:
 - è rivolto ai ragazzi delle scuole medie
 - è finalizzato a favorire una migliore lettura e scrittura dei numeri, sia in termini di efficienza (rapidità) sia in termini di efficacia (accuratezza)
 - ha lo scopo di aiutare i ragazzi in un ambito in cui non possono avvantaggiarsi degli strumenti compensativi
 - è di carattere intensivo e di breve durata

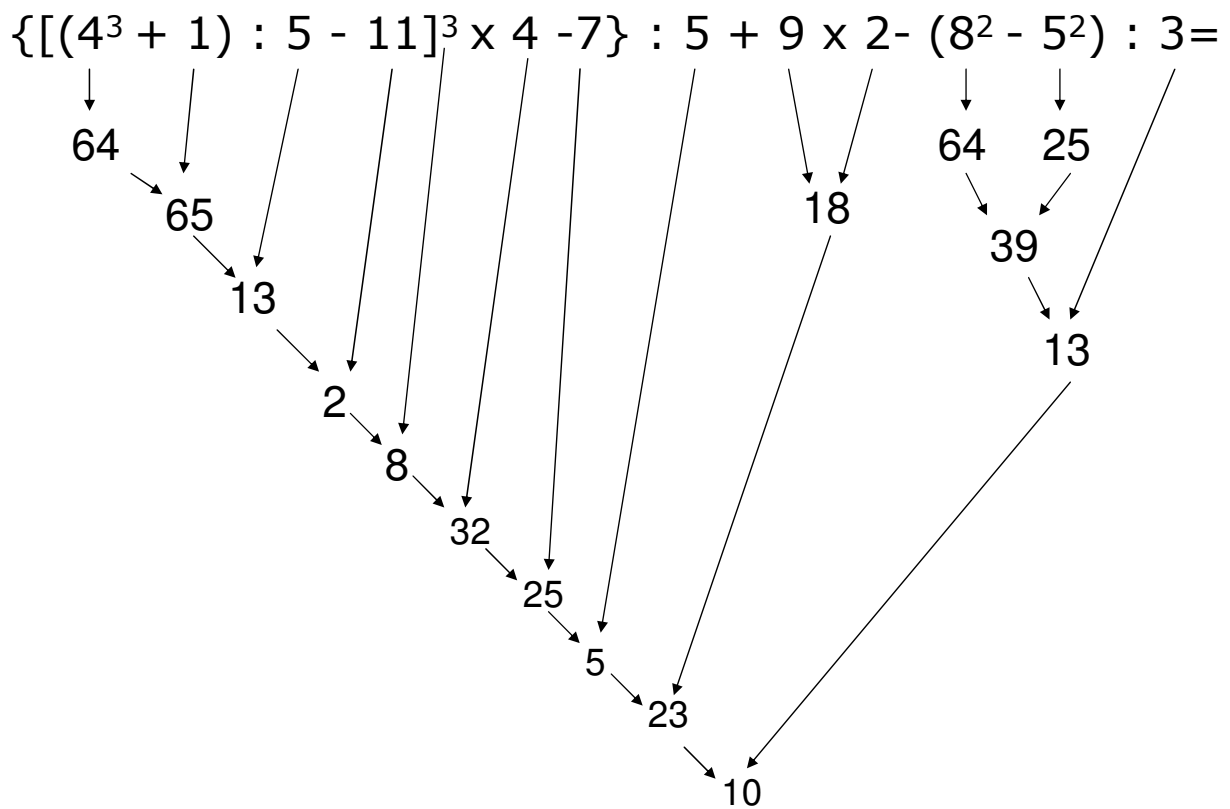
lorenzo caligaris - aid milano



Il Generatore di Numeri.LNK

- Sono state condotte sperimentazioni (i cui risultati sono pubblicati nel volume "La discalculia evolutiva" di Biancardi, Mariani, Pieretti – Ed. Angeli, 2003) che descrivono miglioramenti significativi al termine del training con il programma "Il generatore di numeri"

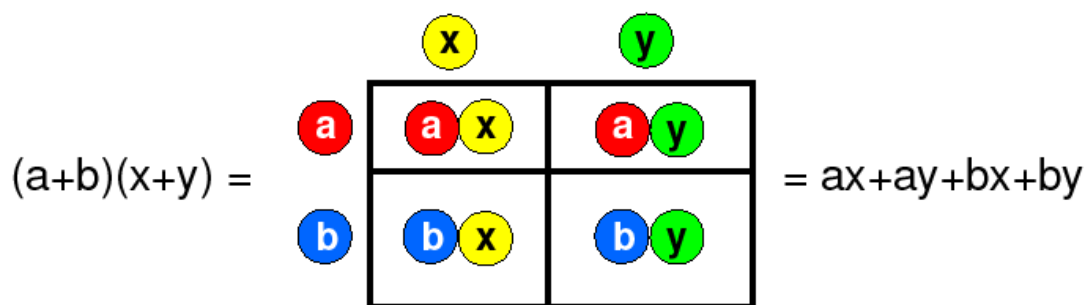
lorenzo caligaris - aid milano



lorenzo caligaris - aid milano

(R. Bartole, M. Quaglino)

PRODOTTO DI POLINOMI



In ogni casella della tabella devono essere inseriti i termini del prodotto

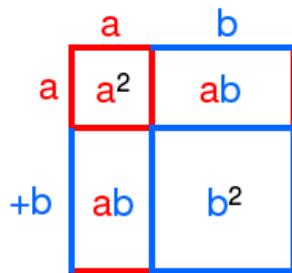
Il valore di ogni casella corrisponde all'area di un rettangolo le cui dimensioni sono i termini da moltiplicare

Il polinomio risultato corrisponde all'area del rettangolo le cui dimensioni sono i polinomi da moltiplicare e si ottiene sommando le aree delle singole caselle.

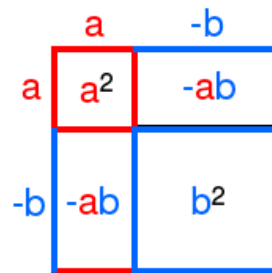
Rappresentazione grafica della proprietà distributiva

Marco Quaglino e Rita Bartole

QUADRATO DI UN BINOMIO



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

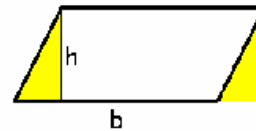
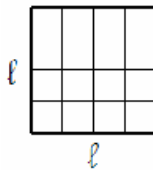
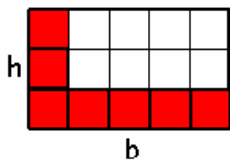


$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

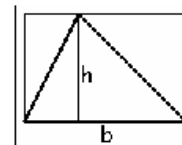
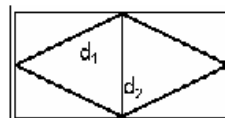
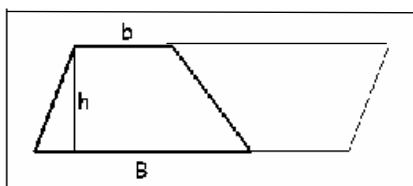
Marco Quagliano e Rita Bartole

AREA

$$A = b \times h$$



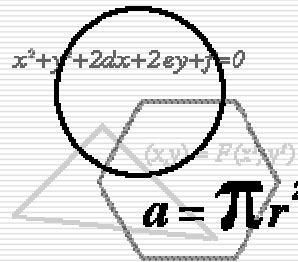
$$A = \frac{b \times h}{2}$$



Marco Quagliano e Rita Bartole

Geometria

Corso autodidattico interattivo per la scuola secondaria primo grado



lorenzo caligaris - aid milano

(R. Bartole, M. Quaglino)

Strumenti compensativi
















Dislessia. Strumenti compensativi
(a cura dell'Associazione Italiana Dislessia)

FORMULE PRATICHE PER CALCOLARE AREE E CUBATURE GEOMETRICHE

FORMULE PRATICHE PER CALCOLARE AREE E CUBATURE GEOMETRICHE

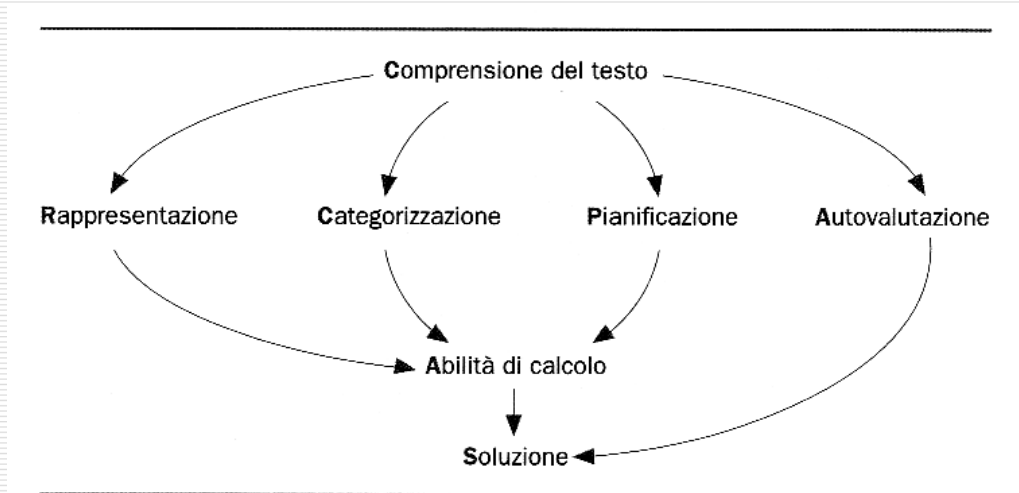
ABBREVIAZIONI

b = BASE **l** = LATO **c** = CIRCONFERENZA
d = DIAMETRO **h** = ALTEZZA **p** = PERIMETRO
r = RAGGIO **a** = APOTEMA **s** = SUPERFICIE
 π = NUMERO FISSO = 3,1416

 <p>QUADRATO</p> <p>Perimetro = $l \times 4$ Superficie = $l \times l \times l^2$</p>	 <p>TRAPEZIO</p> <p>Superficie = $\frac{b + b'}{2} \times h$</p>	 <p>PRISMA</p> <p>Superficie laterale = $b \times h \times 6$ Volume = s di base $\times h$</p>
 <p>RETTANGOLO</p> <p>Perimetro = $2b \times 2h$ Superficie = $b \times h$</p>	 <p>POLIGONO REGOLARE</p> <p>Perimetro = $l \times n^\circ$ dei lati Superficie = $\frac{p \times a}{2}$</p>	 <p>CILINDRO</p> <p>Superficie totale = c di base $\times h$ Volume = s di base $\times h$</p>
 <p>ROMBO</p> <p>Perimetro = $l \times 4$ Superficie = $l \times h$</p>	 <p>CIRCOLO</p> <p>Circonferenza = $d \times \pi$ Superficie = $r^2 \times \pi$</p>	 <p>PIRAMIDE</p> <p>Superficie laterale = $\frac{p}{2}$ di base $\times \frac{h}{2}$ Volume = s di base $\times \frac{h}{3}$</p>
 <p>ROMBOIDE</p> <p>Superficie = $b \times h$</p>	 <p>ELLISSE</p> <p>Superficie = $\frac{a \times b}{2 \times 2}$</p>	 <p>CONO</p> <p>Superficie laterale = $\frac{c}{2}$ di base $\times \frac{h}{2}$ Volume = s di base $\times \frac{h}{3}$</p>
 <p>TRIANGOLO</p> <p>Superficie = $\frac{b \times h}{2}$</p>	 <p>CUBO (a facce uguali)</p> <p>Superficie = $b^2 \times 6$ Volume = $b \times b \times b = b^3$</p>	 <p>SFERA</p> <p>Superficie = $r^2 \times 4 \pi$ Volume = $r^3 \times \frac{4}{3} \pi$, 1888 Volume = $\frac{4}{3} \pi \times r^3$</p>

Soluzione di problemi matematici

- Modello delle componenti dell'abilità di soluzione dei problemi matematici



lorenzo caligaris - aid milano

(Lucangeli, Tressoldi, Cendron, 1998)

Bibliografia

- Lo sviluppo dell'intelligenza numerica
 - (Lucangeli, Iannitti, Vettore) – Ed. Carocci
- ACMT – valutazione delle abilità di calcolo
 - (Cornoldi, Cazzola) – Ed. Erickson
- L'intelligenza numerica (volume 3°)
 - (Lucangeli, Poli, Molin, De Candia) – Ed. Erickson

lorenzo caligaris - aid milano

Bibliografia

- La discalculia evolutiva
 - *(Biancardi, Mariani, Pieretti) – Ed. Angeli*

- Noi e i numeri
 - *(Girelli) – Ed. il Mulino*

DIFFICOLTA' IN MATEMATICA (rivista) – Ed. Erickson
(allegata alla rivista “Difficoltà di apprendimento”)

www.ritabartole.it

marco.quaglino@fastwebnet.it

lorenzo caligaris - aid milano

Lorenzo Caligaris
Insegnante specializzato di scuola primaria. Pedagogista
Scuola primaria Clinica Neuropsichiatrica
Struttura Semplice di Psicopatologia dell'Età Evolutiva (Ospedale Niguarda)
I.C. SORELLE AGAZZI
Milano

lorenzocaligaris@tiscali.it

lorenzo caligaris - aid milano